

MECANIQUE - T.D.5
S.V. et S.T.U.

1/ La masse volumique de la glace vaut 920 Kg m^{-3} tandis que celle de l'eau de mer est de 1025 Kg m^{-3} .

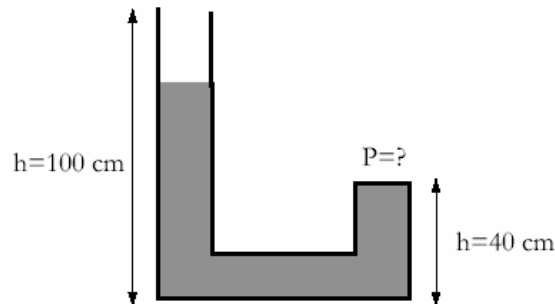
Calculer la fraction d'iceberg immergée dans l'eau de mer.

2/ On laisse tomber une bûche de 40 Kg dans une rivière à 0°C . Si la densité de la bûche est égale à 0.8 , quelle fraction de volume de la bûche émergera dans l'eau.

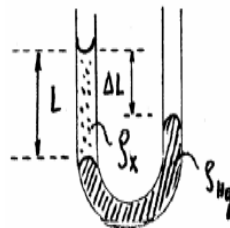
3/ Un cube flottant sur du mercure a un quart de son volume immergé.

Si on ajoute de l'eau de manière à couvrir complètement le cube, quelle fraction de son volume sera alors immergée dans le mercure? ($\rho_{\text{Hg}}/\rho_{\text{eau}} = 13,6$)

4/ Le tuyau en figure est rempli d'eau : quelle est la pression au sommet de l'extrémité fermé?



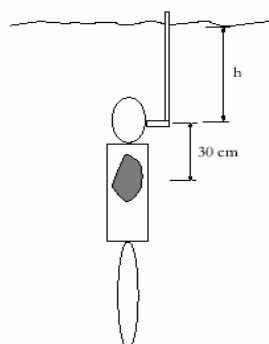
5/ Un tube en U est rempli avec du mercure ($\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3$) et avec un autre liquide de densité inconnue ρ_x et qui n'est pas soluble dans le mercure. Sachant que $\frac{\Delta L}{L} = 0,93$, que vaut ρ_x ?



6/ Expliquer pourquoi c'est très dangereux pour un sub de respirer à pleins poumons à une profondeur de 40 m sous l'eau et après de remonter en surface en gardant l'air dans les poumons.

7/ La différence maximale de pression d'inspiration que les poumons sont capables de générer est 86 mm Hg .

Jusqu'à quelle profondeur h sous l'eau, une personne peut utiliser le « snorkel » pour respirer s'il est debout comme l'indique la figure?



8/ Au fond de l'océan atlantique, un bateau perd 125 tonnes de pétrole par jour à travers un trou de 2m de rayon.

Quel est le débit du pétrole en m^3/s sachant que la masse volumique du pétrole est à peu près égale à $0,8 \text{ g/cm}^3$. En déduire la vitesse d'écoulement du fluide

Calculer la pression à 3000 m de profondeur. On supposera la vitesse de l'eau nulle.

La masse volumique de l'eau de mer sera prise égale à 10^3 kg/m^3 .

9/ Jusqu'à quelle hauteur l'eau peut-elle s'élever dans les canalisations d'un immeuble si la pression de jauge au niveau du rez-de-chaussée est égale à $3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$?

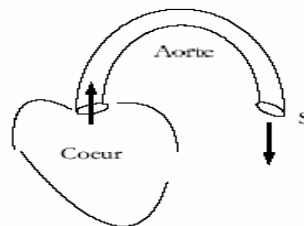
10/ Le flux sanguin à travers une artère de gros calibre d'un chien est détourné dans un débitmètre de Venturi. La partie la plus large du tube a une section droite A_1 de 8 mm^2 , égale à celle de l'artère. La section droite A_2 de la partie rétrécie est de 4 mm^2 .

La chute de pression dans le débitmètre est de 25 Pa .

Quelle est la vitesse v du sang dans l'artère?

11/ Lors de la phase systolique (contraction) le cœur injecte dans l'arc aortique 65 cm^3 de sang dans un laps de temps de 0.13 s . La section S de l'aorte vaut 5 cm^2 .

Déterminer le débit sanguin lors de la phase systolique ainsi que la vitesse du sang.



12/ En supposant que le sang est un fluide non visqueux, justifier les différences de pression, entre le cerveau, le cœur et les pieds, par l'utilisation de l'équation de Bernouilli.

La pression exercée par le cœur est de l'ordre de 100 mm Hg et la masse volumique du sang est de 1060 Kg m^{-3} . Les hauteurs du cœur et du cerveau par rapport aux pieds sont respectivement 1.3 m et 1.7 m .

13/ Un barrage hydraulique en forme de trapèze isocèle de hauteur $h=100 \text{ m}$, de petite base $b= 100 \text{ m}$ et de grande base $B= 300 \text{ m}$, est construit à travers une vallée et retient un lac artificiel totalement rempli.

On réalise une vidange rapide du barrage en ouvrant un tube de 5 m de diamètre fermé par une vanne à la base du barrage.

a- Quel est le débit de l'eau à la sortie?

b- Quelle est la puissance fournie si l'on plaçait une turbine à cet endroit?

Corrigé de la série n°5
Mécanique des fluides non visqueux

1/ Soient V_s le volume de l'iceberg immergé dans l'eau et V le volume total de l'iceberg.
La poussée d'Archimède P_A sera donnée par:

$$P_A = \rho_{\text{eau de mer}} V_s g$$

L'iceberg est en équilibre $\Leftrightarrow P_A = P \Leftrightarrow \rho_{\text{eau de mer}} V_s g = mg = \rho_{\text{glace}} V g \Leftrightarrow \frac{V_s}{V} = \frac{\rho_{\text{glace}}}{\rho_{\text{eau de mer}}}$

A.N.: $\frac{V_s}{V} = \frac{920}{1025} = 0.90$: L'iceberg est immergé dans l'eau de mer à 90 %.

2/ Soient V_s le volume de la bûche immergé dans l'eau et v le volume total de la bûche
La poussée d'Archimède P_A sera donnée par:

$$P_A = \rho_{\text{eau de mer}} V_s g$$

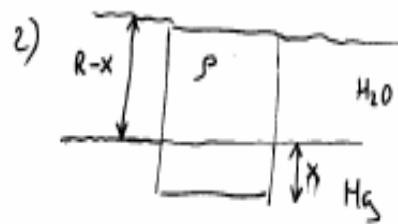
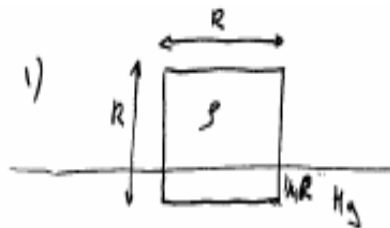
La bûche est en équilibre $\Leftrightarrow P_A = P \Leftrightarrow \rho_{\text{eau de mer}} V_s g = mg = \rho_{\text{bûche}} V g \Leftrightarrow \frac{V_s}{V} = \frac{\rho_{\text{bûche}}}{\rho_{\text{eau de mer}}}$

A.N.: $\frac{V_s}{V} = \frac{800}{1000} = 0.8$: La bûche est immergée dans l'eau de la rivière à 80 %.

3/ le volume du cube est $V = R^3$.

On a : $R^3 \rho g = \frac{1}{4} R^3 \rho_{Hg} g$ (1) et

$$R^3 \rho g = R^2 \cdot x \cdot \rho_{Hg} g + (R-x) R^2 \rho_{\text{eau}} g \quad (2)$$



En combinant (1) et (2), on obtient :

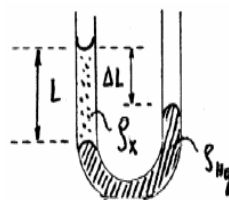
$$\frac{x}{R} = \left[\frac{1}{4} \frac{\rho_{Hg}}{\rho_{\text{eau}}} - 1 \right] \frac{1}{\left[\frac{\rho_{Hg}}{\rho_{\text{eau}}} - 1 \right]}$$

A.N.: $\frac{x}{R} = 19\%$

4/ On a : $P = P_0 + \rho g d$ où P_0 est la pression atmosphérique

A.N.: $P = 1.06 \text{ atm}$

5/ La pression est identique à la même profondeur.



$$P_{atm} + \rho_{Hg} g (L - \Delta L) = P_{atm} + \rho_x g L \Leftrightarrow \rho_{Hg} \left(1 - \frac{\Delta L}{L}\right) = \rho_x$$

A.N. : $\rho_x = 952 \text{ kg/m}^3$

6/ A 40 m de profondeur, la pression sur le corps du sub est donné par: $P = P_{atm} + \rho_{eau} h g \approx 5 \text{ atm}$.

Pour respirer l'air de la bouteille par exemple, il a besoin de compenser la pression externe, et il aura de l'air dans les poumons à une pression de 5 atm.

S'il remonte avec cet air dans les poumons, il se retrouvera en surface avec une pression externe de 1 atm. Ainsi, l'air dans les poumons à 5 atm cherchera à s'évacuer. Ceci est très dangereux car il peut causer un pneumothorax ou encore une embolie gazeuse.

Pneumothorax : épanchement de gaz dans la cavité pleurale

Embolie gazeuse : obstruction des vaisseaux par des bulles de gaz (surtout l'azote) accompagnant une brusque décompression de l'air respiré ou pénétrant par une plaie d'un vaisseau.

7/ La variation de pression due à la profondeur h s'exprime par $\Delta P = \rho_{eau} (h + 0.3) g$.

Avec une détente maximale, les poumons sont capables de générer une différence de pression égale à 86 mm Hg.

D'où la profondeur maximale h_{max} est donnée par : $h_{max} + 0.3 = \frac{\Delta P}{\rho g}$

A.N. : $h_{max} = 0.87 \text{ m}$

En fait h représente la limite supérieure de profondeur. Pour être sûr de respirer, il faut prendre la moitié de cette profondeur : $h_{max} = 0.44 \text{ m}$

8/ - Le débit $= Q = \frac{\text{volume}}{\text{temps}} = \frac{\text{masse}}{\rho_{pétrole} \text{ temps}}$

A.N. : $Q = \frac{125 \cdot 10^3}{24 \times 800 \times 3600} = 0.0018 \text{ m}^3 / \text{s}$

$Q = A v$ avec $A = \pi r^2$, d'où $v = \frac{Q}{\pi r^2}$

A.N. : $v = 1,43 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$

$P = P_{atm} + \rho_{eau \text{ de mer}} g h$

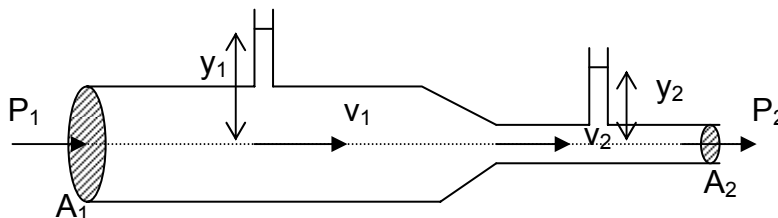
A.N. : $P = 1.013 \cdot 10^5 + (10^3 \cdot 9.81 \cdot 3000) = 295.3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

9/ La pression de jauge est donnée par $P - P_{atm}$ où P est la pression du fluide au rez-de-chaussée et

$P - P_{atm} = \rho g h$ A.N. : $h = 30.6 \text{ m}$

10/

On a montré dans le cours (tube de Venturi) que :



$$v_1 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right)}}$$

A.N. : $v_1 = 0.125 \text{ m/s}$

11/ On a:

$$Q = \frac{V}{t}$$

$$\text{A.N.: } Q = \frac{65 \cdot 10^{-3}}{0.13} = 0.5 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$Q = Av \Leftrightarrow v = \frac{Q}{A}$$

$$\text{A.N.: } v = 1 \text{ m/s}$$

12/ Fait en cours

13/ Pour calculer le débit Q, on calculera d'abord la vitesse de l'eau en bas du barrage.

$$v = \sqrt{2g(h - h_1)}$$

$$\text{A.N. : } v = 43.7 \text{ m/s}$$

$$\text{Et } Q = Av = \pi r^2 v$$

$$\text{A.N. : } Q = 858.8 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$\text{La puissance est donnée par : } P = \frac{E_{cin}}{t} = \frac{1}{2} \frac{\rho V v^2}{t} = \frac{1}{2} \rho v^2 \cdot Q$$

$$\text{A.N. : } P = 819 \text{ MW}$$

